

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ИЗ ПЛАТФОРМЫ МЭО (МОБИЛЬНОЕ ЭЛЕКТРОННОЕ ОБРАЗОВАНИЕ)

Проверь себя! Ссылка на платформу МЭО

1. <https://edu-4.mob-edu.ru/ui/index.html#/bookshelf/course/15/topic/3594/lesson/8233>

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ. ЗАНЯТИЕ 8. ИНТЕРНЕТ-УРОК 5

1/4. Проверьте себя. Задание 1111

✓ ПРАВИЛЬНЫЕ ОТВЕТЫ

Выберите из списка интеграл, с помощью которого можно найти объём тела, получаемого вращением параболы $y = x^4$, $x \in [0, 1]$ вокруг оси x .

- ☐ $\pi \int_0^1 x^2 dx$
- ☐ $\int_0^1 x^8 dx$
- ☐ $2\pi \int_0^1 \sqrt{x} dx$
- ☒ $\pi \int_0^1 x^8 dx$

2.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ. ЗАНЯТИЕ 8. ИНТЕРНЕТ-УРОК 5

2/4. Проверьте себя. Задание 2111

✓ ПРАВИЛЬНЫЕ ОТВЕТЫ

Найдите объём тела, полученного вращением кривой $y = f(x)$ на отрезке $[a; b]$ вокруг оси OX .
 $f(x) = \sqrt{x}$, $x \in [0; 4]$. Выберите правильный ответ.
 $V = \dots$

- ☐ 4π
- ☐ 32π
- ☒ 8π
- ☐ 16π

3.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ. ЗАНЯТИЕ 8. ИНТЕРНЕТ-УРОК 5**3/4. Проверьте себя. Задание 3111**

✓ ПРАВИЛЬНЫЕ ОТВЕТЫ

Найдите объём тела, полученного вращением кривой $y = f(x)$ на отрезке $[a; b]$ вокруг оси OX .
 $f(x) = x^4$, $x \in [0; 2]$. Выберите правильный ответ.

 $V = \dots$

☐ $\frac{256\pi}{9}$

☐ $\frac{512\pi}{16}$

☐ $\frac{256\pi}{4}$

☐ $\frac{512\pi}{9}$

☒ 9

4.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ. ЗАНЯТИЕ 8. ИНТЕРНЕТ-УРОК 5**4/4. Проверьте себя. Задание 4111**

✓ ПРАВИЛЬНЫЕ ОТВЕТЫ

Найдите объём тела, полученного вращением кривой $y = f(x)$ на отрезке $[a; b]$ вокруг оси OX .
 $f(x) = x^2 + 2x$, $x \in [1; 3]$. Выберите правильный ответ.

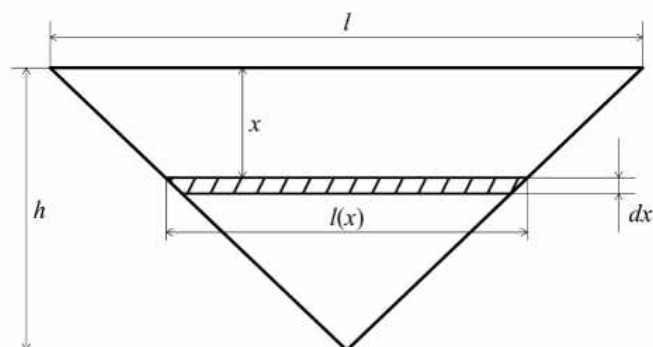
 $V = \dots$

☐ $163\frac{5}{12}$

☐ $93\frac{5}{12}$

☐ $93\frac{7}{12}$

☒ $163\frac{7}{12}$

6. Вычисление силы давления жидкости.

Найдём давление, оказываемое водой на плотину, имеющую форму треугольника, обращённого вершиной вниз, если высота треугольника равна h , а его основание равно l .

Решение.

По закону Паскаля давление в жидкости на все точки действует одинаково, давление жидкости на площадку равно ее площади S , умноженной на глубину погружения h , на плотность ρ и ускорение силы тяжести g , т.е.

$$P = \rho g h S.$$

Возьмем полоску «бесконечно малой высоты» dx , находящуюся на глубине x .

Выразим длину $l(x)$ этой полоски. Принимая эту полоску за прямоугольник, находим дифференциал площади $dS = l(x) \cdot dx$.

Из подобия треугольников $\frac{l(x)}{l} = \frac{h-x}{h}$; $l(x) = \frac{l(h-x)}{h}$.

Сила давления воды на эту полоску равна: $dP = x \cdot dS$,
(здесь удельный вес $\rho \cdot g = 1$, приравнивали единице).

Итак, площадь полоски равна $dS = \frac{l(h-x)}{h} \cdot dx$, тогда давление на неё равно

$$dP = x \cdot \frac{l(h-x)}{h} \cdot dx.$$

Следовательно, сила давления воды на всю площадку треугольника будет равна:

$$P = \int_0^h x \cdot \frac{l(h-x)}{h} \cdot dx = \int_0^h \frac{l \cdot h \cdot x - x^2}{h} dx = \frac{l \cdot x^2}{2} - \frac{x^3}{3 \cdot h} \Big|_0^h = \frac{l \cdot h^2}{2} - \frac{h^2}{3}.$$

Примеры.

Вычислить силу давления воды на вертикальную плотину, имеющую форму равнобедренной трапеции с основаниями a и b ($a > b$) и высотой h .

Пусть заштрихованная полоска расположена на глубине x (рис. 87)

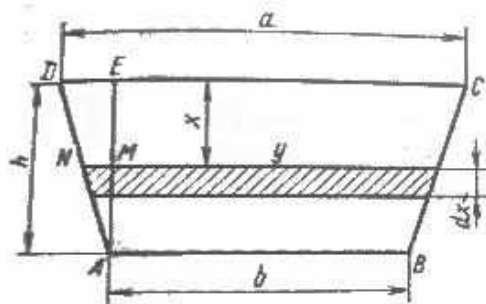


Рис. 87

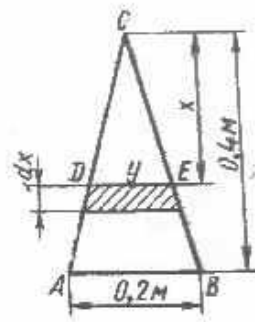


Рис. 88

и имеет размеры y и dx . Приближенное значение силы давления воды на эту полоску составляет $\Delta P \approx x y dx = dP$. Выразим переменную y через x и размеры a , b и h . Из подобия треугольников ADE и ANM имеем $DE:NM = AE:AM$. Так как $DE = (a-b)/2$, $NM = (y-b)/2$, $AE = h$ и $AM = h-x$, то, подставив эти значения в пропорцию, получим

$$\frac{a-b}{y-b} = \frac{h}{h-x}, \text{ откуда } y = a - \frac{a-b}{h}x.$$

Следовательно,

$$dP = x \left(a - \frac{a-b}{h}x \right) dx.$$

Интегрируя dP при изменении x от 0 до h , находим

$$P = \int_0^h \left(ax - \frac{a-b}{h}x^2 \right) dx = \left[\frac{ax^2}{2} - \frac{a-b}{3h}x^3 \right]_0^h = \frac{h^2(a+2b)}{6}$$

1. Вычислите силу давления воды на вертикальную прямоугольную стенку с основанием 2 м и высотой 4 м. Уровень воды совпадает с верхним обрезом стенки.
2. Вычислите силу давления воды на вертикальную стенку, имеющую форму равнобедренной трапеции. Верхнее основание трапеции, совпадающее с уровнем воды, равно 4,5 м. в нижнее основание равно 3 м; высота 2 м.
3. Треугольная пластинка с основанием 0,4 м и высотой 0,6 м погружена в воду вертикально, так что основание ее находится на поверхности воды. Вычислите силу давления воды на пластинку.

4. Цилиндрический стакан наполнен маслом. Вычислите силу давления масла на боковую поверхность стакана, если высота его $h=0,08$ м и радиус основания $r=0,04$ м. Плотность масла 900 кг/м^3 .

5. Цилиндрический стакан наполнен ртутью. Вычислите силу давления ртути на боковую поверхность стакана, если высота его $0,1$ м и радиус основания $0,04$ м. Плотность ртути $13\,600 \text{ кг/м}^3$.

6. Вычислите силу давления воды на дно и стенки аквариума, стороны основания которого $0,8$ и $0,5$ м, а высота $0,3$ м. Аквариум доверху наполнен водой.

Решаем задачи МЭО. Задание №3

На рисунке изображён график изменения скорости точки, движущейся прямолинейно. Вычислите:

А) какой путь точка проходит за промежуток времени $[t_1; t_2]$;

Б) найдите закон изменения координаты $x=x(t)$, зная, что $x(0)=1$, и постройте график функции $x=x(t)$.